Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Российский химико-технологический университет имени Д.И. Менделеева»

Факультет цифровых технологий и химического инжиниринга

Кафедра информационных компьютерных технологий

**ОТЧЕТ ПО ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ № 10**

**ПО КУРСУ**

**«ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ В СРЕДЕ MATLAB»:**

**«Интегрирование»**

Ведущий преподаватель

Доцент кафедры ИКТ Филиппова Е.Б.

**СТУДЕНТ группы КС-20** Мелехин А.А.

**Москва**

**2024**

# **Задание**

**1** Вычислить интеграл:

а) аналитически

б) методом трапеций с точностью ε=10-2

в) методом Симпсона с точностью ε=10-4

Для метода трапеций применить процедуру Рунге уточнения формулы численного интегрирования. Также решить задачу используя стандартные функции MATLAB. Сравнить полученные результаты.

**2** Вычислить неопределённый интеграл:

**3** Вычислить несобственный интеграл:

**Код (Программа lab10.m)**

clc; clear;

f = @(x) x.^2 + exp(x+3); % исходная функция

f2 = @(x) 2 + exp(x+3); % 2-ая производная

f4 = @(x) exp(x+3); % 4-ая производная

% Интервал интегрирования

a = 0;

b = 10;

tol = 0.01; % Точность вычисления интеграла

I\_matlab = integral(f, a, b); % Использование стандартных функций MATLAB для вычисления интеграла

% поиск максимального значения 2-ой производной

m2 = NaN;

for i = a:0.1:b

if isnan(m2)

m2 = f2(i);

end

if f2(i) > m2

m2 = f2(i);

end

end

h\_trap = sqrt((12 \* tol) / ((b - a) \* m2)); % расчет шага h для метода трапеций

fprintf('Шаг h для метода трапеций: %.10f\n', h\_trap);

fprintf('Максимальное значение 2-ой производной на интервале (a; b): %.10f\n', m2);

% Метод трапеций без уточнения

I\_trap\_no\_runge = (h\_trap / 2) \* (f(a) + f(b));

n\_trap = 1;

err\_trap = tol + 1;

while err\_trap > tol

h\_trap = h\_trap / 2;

x\_trap = a + h\_trap : h\_trap : b - h\_trap;

I\_new\_trap\_no\_runge = (h\_trap / 2) \* (f(a) + 2 \* sum(f(x\_trap)) + f(b));

err\_trap = abs(I\_new\_trap\_no\_runge - I\_trap\_no\_runge);

I\_trap\_no\_runge = I\_new\_trap\_no\_runge;

n\_trap = n\_trap + 1;

end

h = 10; % Начальное значение шага для метода трапеций без уточнения

h\_values\_trap\_no\_runge = [];

err\_values\_trap\_no\_runge = [];

while h >= 10^-4

h\_values\_trap\_no\_runge = [h\_values\_trap\_no\_runge, h];

x\_trap\_no\_runge = a + h : h : b - h;

I\_new\_trap\_no\_runge = (h / 2) \* (f(a) + 2 \* sum(f(x\_trap\_no\_runge)) + f(b));

err\_values\_trap\_no\_runge = [err\_values\_trap\_no\_runge, abs(I\_new\_trap\_no\_runge - I\_matlab)];

h = h / 2;

end

% Метод трапеций с уточнением формулы по процедуре Рунге

I\_trapezoidal = (h\_trap / 2) \* (f(a) + f(b));

n\_trap = 1;

err\_trap = tol + 1;

while err\_trap > tol

h\_trap = h\_trap / 2;

x\_trap = a + h\_trap : h\_trap : b - h\_trap;

I\_new\_trap = (h\_trap / 2) \* (f(a) + 2 \* sum(f(x\_trap)) + f(b));

err\_trap = abs(I\_new\_trap - I\_trapezoidal);

I\_trapezoidal = I\_new\_trap;

n\_trap = n\_trap + 1;

end

h\_values\_trap = [];

err\_values\_trap = [];

h = 10; % Начальное значение шага

while h >= 10^-4

h\_values\_trap = [h\_values\_trap, h];

x\_trap = a + h : h : b - h;

I\_new\_trap = (h / 2) \* (f(a) + 2 \* sum(f(x\_trap)) + f(b));

err\_values\_trap = [err\_values\_trap, abs(I\_new\_trap - I\_matlab)];

h = h / 2;

end

% поиск максимального значения 4-ой производной

m4 = NaN;

for i = a:0.1:b

if isnan(m4)

m4 = f4(i);

end

if f4(i) > m4

m4 = f4(i);

end

end

h\_simp = sqrt((180 \* tol) / ((b - a) \* m4)); % расчет шага h для метода Симпсона

fprintf('Шаг h для метода Симпсона: %.10f\n', h\_simp);

fprintf('Максимальное значение 4-ой производной на интервале (a; b): %.10f\n', m4);

I\_simpson = (h\_simp / 3) \* (f(a) + 4 \* f((a + b) / 2) + f(b)); % Метод Симпсона

n\_simp = 1;

err\_simp = tol + 1;

% Вычисление интеграла методом Симпсона

while err\_simp > tol

h\_simp = h\_simp / 2;

x\_simp = a + h\_simp : 2 \* h\_simp : b - h\_simp;

I\_new\_simp = (h\_simp / 3) \* (f(a) + 4 \* sum(f(x\_simp)) + 2 \* sum(f(x\_simp + h\_simp)) + f(b));

err\_simp = abs(I\_new\_simp - I\_simpson);

I\_simpson = I\_new\_simp;

n\_simp = n\_simp + 1;

end

% График зависимости точности от шага h для метода Симпсона

h\_values\_simp = [];

err\_values\_simp = [];

h = 10; % Начальное значение шага

while h >= 10^-4

h\_values\_simp = [h\_values\_simp, h];

x\_simp = a + h : 2 \* h : b - h;

I\_new\_simp = (h / 3) \* (f(a) + 4 \* sum(f(x\_simp)) + 2 \* sum(f(x\_simp + h / 2)) + f(b));

err\_values\_simp = [err\_values\_simp, abs(I\_new\_simp - I\_matlab)];

h = h / 2;

end

figure;

loglog(h\_values\_trap, err\_values\_trap, '-o', 'DisplayName', 'Метод трапеций с уточнением');

hold on;

loglog(h\_values\_simp, err\_values\_simp, '-', 'DisplayName', 'Метод Симпсона');

loglog(h\_values\_trap\_no\_runge, err\_values\_trap\_no\_runge, '-x', 'DisplayName', 'Метод трапеций без уточнения');

xlabel('Шаг h');

ylabel('Погрешность');

title('Зависимость точности интегрирования от шага h');

legend show;

% Вывод результатов

fprintf('Интеграл методом трапеций без уточнения: %.10f\n', I\_trap\_no\_runge);

fprintf('Интеграл методом трапеций с уточнением: %.10f\n', I\_trapezoidal);

fprintf('Интеграл методом Симпсона: %.10f\n', I\_simpson);

fprintf('Интеграл, вычисленный с помощью стандартных функций MATLAB: %.10f\n', I\_matlab);

% Вычисление неопределённого и несобственного интегралов

syms x a p;

f\_2 = (a^x) \* exp(-x);

f\_3 = (1 + x) / ((x + a) .^ (p + 1));

res = int(f\_2, x);

fprintf('Неопределённый интеграл: %s\n', char(res));

res = int(f\_3, x, 0, Inf);

fprintf('Несобственный интеграл: %s\n', char(res));

**Результаты расчётов**

Шаг h для метода трапеций: 0.0001646931

Максимальное значение 2-ой производной на интервале (a; b): 442415.3920089205

Шаг h для метода Симпсона: 0.0006378552

Максимальное значение 4-ой производной на интервале (a; b): 442413.3920089205

Интеграл методом трапеций без уточнения: 442725.5791666747

Интеграл методом трапеций с уточнением: 442726.5755552875

Интеграл методом Симпсона: 442726.6415706798

Интеграл, вычисленный с помощью стандартных функций MATLAB: 442726.6398053307

Неопределённый интеграл: (a^x\*exp(-x))/(log(a) - 1)

Несобственный интеграл: piecewise(in(p, 'integer') & ~a <= 0 & 2 <= p, (a + p - 1)/(a^p\*p\*(p - 1)), (~a <= 0 | p <= -1) & in(p, 'integer') & p <= 0, Inf + (a + p - 1)/(a^p\*p\*(p - 1)), a\*p + 1 < a + p & in(p, 'integer') & a <= 0 & 2 <= p, (1/(p - 1))\*Inf - limit((a + p + x\*p - 1)/(a + x)^p, x, -a, 'Left')/(p\*(p - 1)), ~in(p, 'integer') | (1 <= p | a <= 0 & 0 <= p) & (a <= 0 | p <= 1) & (a + p <= a\*p + 1 | ~a <= 0 | p <= 1), int((x + 1)/(a + x)^(p + 1), x, 0, Inf))

